One Coin 量子力学入門.

2025/12/28,29

[1]:最精密力学では物理量演算子 A と力学状態函数 ψ の2本立ての理由

(1)目的は物質現象の**最精密な力学**記述<原因力と結果=**力学状態[物理量複数]**>。

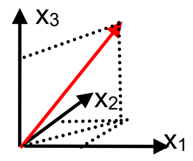
(2)、一般生活での**認識対象**、ミクロ物質世界の**観測対象**は共通に**ベクトル**で表現できる。

近日 AI 沸騰、**認識対象**＝文書,,画像は vector=$(a_0,a_1,a_2,\dots\dots)$の多変数列表現,,量子論も同じ、

観測対象＝一般量子状態 ψ ＝$(a_0,a_1,a_2,\dots\dots)$。

固有状態={(1,0,0,0.....),(0,1,0,0...),(0,0,1,0,0,...),.......}これら直交ベクトル系は相互相似性0で**最精密状態.**

以下の相似性計算の為に vector 長さ＝1. ⇒ $\sqrt{(\Sigma_{k=0}^{\infty} a_k^2)}$＝1.



(x_1,x_2,x_3)は 3 次元空間直交座標、軸単位ベクトル{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)}

赤ベクトルの名軸への**正射影**の長さがその成分 A=$(a_1,a_2,.a_3)$.

人の体認識一例が(体重,身長,胸囲)、<u>名成分意味に相互重なりがない<**直交性**></u>、

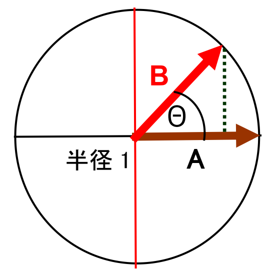
似た体形の人同士のベクトルは<**平行**>に近くなる。

(3)<u>**観測(認識)対象相似性**＝2個のベクトル A,B 方向の一致程度<角度Θ></u>

cos(Θ)= $\Sigma_{k=0}^{\infty} a_k b_k$......**内積計算**、A=希望対象、B=試行錯誤対象群

*AI は一途に**ランダム素材合成** B から内積計算でΘ～0に近い B を試行錯誤決定。

***正射影**(内積計算,相似性計算):B の A への(A の B への)並行成分抽出。



(4)量子状態関数 ψ に至る経緯＝正規直交完全関数系で量子状態ベクトルが関数表現になる.

正規直交完全関数系＝{ ϕ_k:k=0,1,2,...$\langle\phi_j|\phi_k\rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \phi_j{*}(x)\phi_k(x) = \delta_{jk}$....**内積計算**}.

＊ δ_{jk}=1;j=k ,=0;j≠k.　　＊ $\phi^*(x)$=複素共役.

一般量子状態 $\psi = \Sigma_{k=0}^{\infty} a_k \phi_k \equiv (a_0,a_1,a_2,\dots\dots)$......直交函数座標系での**一般混合量子状態**函数化表示

$a_k = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \phi_k{*}(x)\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \phi_k{*}(x)\, \Sigma_{j=0}^{\infty} a_j \phi_j(x)$......確率振幅.....名最精密成分への正射影

証明;$1 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx)\psi{*}(x)\psi(x) = \Sigma_{k=0}^{\infty} a_k^* a_k^2 = \Sigma_{k=0}^{\infty} |a_k|^2$.,,,,,**確率正規性**..... ψ は統計集団で**測定個別である成分のみの実現確率。**

(5)自己共役演算子 A は固有値方程式以下から完全直交系{ϕ_k,<k=0,1,2,...>}を形成(**数学定理**)

$A\phi_k = \alpha_k \phi_k$...<k=0,1,2,...>....固有函数 ϕ_k.と固有値 α_k....

＊自己共役の意味:物理量期待値は自己共役演算子を挟んだ内積計算、当然値は**実数**でなければ観測不可能、

:物理量期待値<(6)参照>＝$\langle\phi|A\phi_k\rangle = \langle\phi|A\phi_k\rangle^* \equiv \langle A\phi|\phi_k\rangle = \alpha_k = \alpha_k^*$........＊ $\phi^*(x)$=複素共役.

(6)自己共役演算子 A は量子論の**観測可能物理量<量子論仮定**.....共立物理学公式集 p229>。

直交固有関数系は重なりのない**最精密量子状態**、A はその観測値 α_k **の可観物理量。**

*<u>自己共役演算子が量子論の**観測可能物理量なる機構**</u><<u><観測認識同定は全て内積計算になった</u>。**測定値もこの延長上に**>>、

(a)自己共役演算子スペクトル表現 =$|\phi_k\rangle$への**射影演算子**(同定測定):: $A = \Sigma_{k=0}^{\infty} \alpha_k |\phi_k\rangle\langle\phi_k|$..............

⇒　証明;$A|\phi_j\rangle = \alpha_j|\phi\rangle$............固有値方程式.

(b)**測定値も**<u>内積計算になった</u>。⇒　証明;$\langle\phi_j|A|\phi_j\rangle = \alpha_j\langle\phi_j|\phi_j\rangle = \alpha_j$............物理量 A とその測定固有値.

(c)可観値全ﾘｽﾄは物指し A 内部に既にあり,<u>実観測はその実現固有値状態一つ同定</u>内積計算$\langle\phi_k|A\phi_k\rangle = \alpha_k$

$\langle\psi|A\psi\rangle = \Sigma_{k=0}^{\infty} |a_k|^2 \alpha_k$......固有状態混合<時間発展形に限る>の**物理量統計期待値,**

[2]:Schroedinger 方程式への経緯.

(7)**deBroglie の物質波:** ψ(ω、**k**)と実際のエネルギ-運動量(E、**p**)演算子<**量子論経験法則**>

E=ℏω...........Plank の輻射式**(1900)**,..................黒体輻射古典論破綻での離散エネルギ値の大仮説。

＊ℏ=**Plank 定数**＝1.054494x10^{-34}Joule.sec.<量子論成立の基礎,交換関係登場>

p=ℏk...........de Broglie の物質波**(1924)**,.........粒子と同時に波動性現象(回折)も付随、...量子論のフランス革命,

ψ(ω、**k**)＝exp<i(ωt-**kx**)>=exp{(Et-**px**)/iℏ}........**量子自由粒子平面波の仮定**

<u>上記 ψ を固有値関数と仮定して見ると、実際の可観物理量＝自己共役演算子が浮上する。</u>

エネルギ期待値:$\langle\psi|E\psi\rangle = \langle\psi|(i\hbar\,\partial/\partial t)\psi\rangle$..............

運動量期待値　:$\langle\psi\,|\,p_x\psi\rangle = \langle\psi|(-i\hbar\,\partial/\partial x)\psi\rangle$.......

$$\boxed{\begin{array}{l} E = i\hbar\,\partial/\partial t \\ .p_x = -i\hbar\,\partial/\partial x. \end{array}}$$

(8)水素原子の電子状態 **Schroedinger 方程式導出(1926)**。.....物質波仮説 2 年後.

古典力学エネルギ式;E＝$\mathbf{p}^2/2m+V(r)$＝**H**,...ハミルトニアンｴﾈﾙｷﾞ演算子、V(r)=電子原子静電力

物理量対応類推:E=iℏ∂/∂t,...$\mathbf{p}^2 = -(\hbar^2/2m)[\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2]$.

$\mathbf{H} = -(\hbar^2/2m)[\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2]+V(r)$.....$r=\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$。**x**,=(x、y、z).

固有値式対応:$E\psi = \mathbf{H}\psi$.⇒　$i\hbar\partial\psi/\partial t = \{-(\hbar^2/2m)[\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2]+V(r)\}\psi$.

$\psi(\mathbf{x},t) = \exp(Et/i\hbar)\psi(\mathbf{x})$.⇒ $\{-(\hbar^2/2m)[\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2]+e^2/4\pi\varepsilon_0 r\}\psi(\mathbf{x}) = E\psi(\mathbf{x})$

*水素原子大成功から量子力学は実用大発展！！、同時に時間発展論大停滞も、